

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|------------|
| Предисловие ко второму изданию | 7 |
| Из предисловия к первому изданию | 10 |
| Введение. Исторический очерк | 11 |
| Глава I. Гильбертово пространство | 28 |
| § 1. Интеграл Лебега | 28 |
| § 2. Гильбертово пространство | 34 |
| § 3. Предельный переход в гильбертовых пространствах | 40 |
| § 4. Ортогональность и ортогональные ряды. Подпространства | 44 |
| § 5. Функционалы и операторы | 48 |
| § 6. Вполне непрерывные операторы | 54 |
| Глава II. Энергетическое пространство | 62 |
| § 7. Краевая задача и ее оператор | 62 |
| § 8. Положительные и положительно определенные операторы | 69 |
| § 9. Энергетическое пространство положительно определенного оператора | 75 |
| § 10. Энергетическое пространство только положительного оператора | 81 |
| § 11. О сепарабельности энергетического пространства | 82 |
| § 12. Главные и естественные краевые условия | 82 |
| Глава III. Энергетический метод для положительно определенных операторов | 86 |
| § 13. Теорема о функционале энергии | 86 |
| § 14. Обобщенное решение задачи о минимуме функционала энергии | 89 |
| § 15. Минимизирующая последовательность и ее сходимости | 92 |
| § 16. Расширение положительно определенного оператора | 94 |
| § 17. Процесс Ритца | 95 |
| § 18. Другие методы построения минимизирующей последовательности | 101 |
| § 19. Метод сеток. Вариационно-разностные схемы | 105 |
| § 20. Более общая задача о минимуме квадратичного функционала | 108 |
| Глава IV. Важнейшие применения энергетического метода | 110 |
| § 21. Краевые задачи для обыкновенного дифференциального уравнения | 110 |
| § 22. Изгиб балки переменного сечения, лежащей на упругом основании | 118 |
| § 23. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений | 120 |
| § 24. Основные краевые задачи для неоднородного уравнения Лапласа | 124 |

| | |
|---|------------|
| § 25. Случай неоднородных краевых условий | 135 |
| § 26. Задачи о кручении стержня и об изгибе стержня поперечной силой | 138 |
| § 27. Уравнения с переменными коэффициентами | 145 |
| § 28. Вырождающиеся эллиптические уравнения | 152 |
| § 29. Принцип минимума потенциальной энергии в теории упругости | 160 |
| § 30. Изгиб тонких пластинок | 166 |
| § 31. Изгиб тонких сжатых пластинок | 180 |
| § 32. Метод минимальных поверхностных интегралов | 185 |
| Глава V. Энергетический метод для только положительных операторов | 191 |
| § 33. Решения с конечной энергией | 191 |
| § 34. Процесс Ритца | 192 |
| § 35. Эллиптические уравнения в бесконечной области | 193 |
| § 36. Вырождающиеся эллиптические уравнения в конечной области | 197 |
| § 37. Пластинка переменной толщины с острым краем | 201 |
| Глава VI. Проблема собственных чисел | 207 |
| § 38. Задача о собственных числах; ее связь с задачами о собственных колебаниях и об устойчивости системы | 207 |
| § 39. Собственные числа и собственные элементы симметричного оператора | 210 |
| § 40. Энергетические теоремы в проблеме собственных чисел | 213 |
| § 41. Минимаксимальный принцип | 223 |
| § 42. Процесс Ритца в проблеме собственных чисел | 227 |
| § 43. Другая форма процесса Ритца; случай естественных краевых условий | 232 |
| § 44. Уравнения вида $Au - \lambda Bu = 0$ | 235 |
| § 45. Собственные числа обыкновенного дифференциального уравнения | 237 |
| § 46. Устойчивость сжатого стержня | 246 |
| § 47. Собственные числа невырождающихся эллиптических операторов | 249 |
| § 48. Собственные числа вырождающегося эллиптического оператора | 254 |
| § 49. Устойчивость сжатой пластинки | 259 |
| § 50. Собственные частоты пластинки с острым краем | 265 |
| § 51. Собственные колебания упругих тел | 269 |
| Глава VII. Априорная оценка погрешности приближенного решения | 273 |
| § 52. Оценки через наилучшее приближение | 273 |
| § 53. Проекционная схема | 280 |
| § 54. Применение к процессу Ритца | 282 |
| § 55. О норме производной полинома | 284 |
| § 56. Полиномиальные приближения для обыкновенного дифференциального уравнения | 286 |
| § 57. Полиномиальные приближения в многомерных пространствах | 289 |
| § 58. Применение собственных элементов сходного оператора | 291 |
| Глава VIII. Встречные методы и апостериорная оценка погрешности | 297 |
| § 59. Встречные методы | 297 |
| § 60. Метод ортогональных проекций в задаче Дирихле | 299 |
| § 61. Общая формулировка метода ортогональных проекций | 304 |
| § 62. Некоторые дополнительные соображения | 308 |
| § 63. Задача Неймана | 310 |
| § 64. Принцип Кастильяно и двусторонние оценки в теории упругости | 312 |
| § 65. Метод Трэфтца | 316 |

| | |
|--|------------|
| § 66. Бигармоническое уравнение. Метод негармонического остатка | 321 |
| § 67. Обобщение метода Трефтца | 324 |
| § 68. Применение к уравнению Пуассона | 326 |
| § 69. Обобщение метода Трефтца на задачу об изгибе свободно опертой пластинки | 329 |
| § 70. Прием М. Г. Слободянского | 333 |
| § 71. Двусторонние оценки функционалов | 336 |
| § 72. Оценка погрешности, проистекающей от ошибки в уравнении | 337 |
| Глава IX. Двусторонние оценки собственных чисел | 340 |
| § 73. Теорема о приближениях по Ритцу | 340 |
| § 74. Некоторые частные приемы | 342 |
| § 75. Метод «промежуточных операторов» | 346 |
| § 76. Метод «промежуточных операторов» (продолжение) | 350 |
| § 77. Способы упрощения трансцендентного уравнения | 355 |
| § 78. Метод Г. Фикера | 357 |
| § 79. Применение к эллиптическим уравнениям | 361 |
| § 80. Некоторые численные результаты | 363 |
| Глава X. Численные примеры | 366 |
| § 81. Построение координатных систем | 366 |
| § 82. Об устойчивых координатных системах | 370 |
| § 83. Кручение стержня прямоугольного сечения | 372 |
| § 84. Изгиб прямоугольной пластинки, жестко закрепленной по краю | 383 |
| § 85. Изгиб полукруглой пластинки, упруго закрепленной по краю | 387 |
| § 86. Трехмерная задача теории упругости для полуцилиндра | 390 |
| § 87. Вычисление собственных чисел обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка | 399 |
| § 88. Собственные колебания стержня переменного сечения | 402 |
| § 89. Радиальные собственные колебания упругого цилиндра | 409 |
| § 90. Колебания упругой прямоугольной пластинки в ее плоскости | 413 |
| § 91. Устойчивость сжатой эллиптической пластинки | 417 |
| Глава XI. Процесс Бубнова — Галеркина | 420 |
| § 92. Описание процесса | 420 |
| § 93. Доказательство сходимости для интегрального уравнения типа Фредгольма | 422 |
| § 94. Достаточный признак сходимости процесса Бубнова — Галеркина | 426 |
| § 95. Применение к обыкновенным дифференциальным уравнениям | 433 |
| § 96. Задача Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка | 436 |
| § 97. Вырождающиеся эллиптические уравнения | 439 |
| § 98. Задача Неймана и смешанная задача для эллиптического уравнения второго порядка | 442 |
| § 99. Видоизменение процесса Бубнова — Галеркина для случая естественных краевых условий | 445 |
| § 100. Проекционный метод | 446 |
| § 101. Процесс Бубнова — Галеркина в нестационарных задачах | 450 |
| Глава XII. Метод наименьших квадратов | 453 |
| § 102. Основы метода | 453 |
| § 103. Применение к интегральным уравнениям | 459 |
| § 104. Применение к краевым задачам с однородными краевыми условиями | 462 |

| | |
|--|-----|
| § 105. Вспомогательные предложения теории аналитических функций | 466 |
| § 106. Задача Дирихле и Неймана | 467 |
| § 107. Задача Дирихле для эллипса | 471 |
| § 108. Случай кусочно гладкого контура. Задача Дирихле | 472 |
| § 109. Смешанная задача теории потенциала | 474 |
| § 110. Плоская задача теории упругости | 480 |
| § 111. Периодическая задача теории упругости | 483 |
| § 112. Напряжения в упругой области, ограниченной синусоидой | 489 |
| § 113. Об одном прямом методе, близком к методу наименьших квадратов | 494 |
| § 114. Применение метода наименьших квадратов к отысканию собственных значений | 496 |
| § 115. Пример | 501 |
| Литература | 502 |
| Предметный указатель | 511 |